



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ
„TEHNICI MATEMATICE”-ediția a XIX-a
Etapa judeteană, 23.02.2024
Clasa a XII -a Matematică *M_tehnologic*

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Aflați suma primilor cinci termeni ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, știind că $a_2 + a_4 = 6$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -3x^2 + 3x + 5$. Determinați punctul situat pe graficul funcției care are coordonatele numere întregi, egale.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{x+2} = \sqrt[3]{2^{x^2-4}}$.
- 5p 4. După o creștere cu 10% urmată de o reducere cu 10%, prețul unui produs se modifică cu 12 lei. Aflați prețul inițial al produsului.
- 5p 5. Aflați perimetrul $\triangle ABC$ știind că $AB = 2$, $BC = 4$ și măsura unghiului B este 60° .
- 5p 6. Se consideră expresia $E(x) = \sin 2x + \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$, $x \in \mathbb{R}$. Calculați $E\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 1 - 2x & 2x \\ -x & 1 + x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Calculați $\det(A(-1) \cdot A(1))$.
- 5p b) Aflați valoarea numărului real a pentru care $A(x) \cdot A(y) = A(x + y + axy)$
- 5p c) Determinați perechile de numere întregi (m, n) , $m \neq 1$, $n \neq 1$, pentru care matricea $A(m)$ este inversa matricii $A(n)$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = \frac{xy}{3} - x - y + 6$, asociativă și cu element neutru.
- 5p a) Calculați: $\frac{2}{3} * 3$.
- 5p b) Aflați $a \in \mathbb{R}$ pentru care $x * a = a * x = x$, pentru orice număr real x .
- 5p c) Determinați numerele întregi m ale căror simetrice, în raport cu legea de compoziție " $*$ ", sunt pătratele unor numere naturale.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 1 + \frac{\ln x}{x}$.
- 5p a) Calculați $\lim_{x \rightarrow e} \frac{f(x) - f(e)}{x - e}$.
- 5p b) Aflați ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p c) Arătați că $x^{x+1} > (x+1)^x$ pentru orice număr real $x \geq 3$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 1 - \frac{x+1}{x^2+1}$.
- 5p a) Calculați $\int_{-1}^1 (x^2 + 1)f(x) dx$.
- 5p b) Calculați $\int_1^3 \frac{1}{x} \left(f(x) + \frac{x}{x^2+1} \right) dx$.
- 5p c) Determinați numărul real $a > 1$ pentru care $\int_1^a \frac{x+1}{1-f(x)} \cdot \ln x dx = \frac{2a^3+10}{9}$

Se acordă 10 puncte din oficiu
Timp de lucru 180 minute

Subiectele au fost selectate și propuse de:
Prof. Barbu Daniela