



MINISTERUL EDUCAȚIEI



**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ
„TEHNICI MATEMATICE”-editia a XIX-a
Etapa judeteană 23.02.2024
Clasa a IX -a Matematică *M_șt-nat***

Subiectul I

- Determinați valoarea minimă a expresiei $E(x, y) = 3x + 4y$ știind că $x, y \in \mathbb{R}$ și $|4x - 3| \leq 2, |3y - 4| \leq 5$;
- Demonstrați că, pentru orice număr natural n , numărul $x_n = 3^n + 2n + 3$ este divizibil cu 4;
- Calculați câte numere naturale de 5 cifre sunt divizibile cu 5 și au suma primelor două cifre egală cu 5.

Subiectul II

- Fie $a, b \in \mathbb{R}$ cu $a + b = 2$. Arătați că $a^4 + b^4 \geq 2$;
- Arătați că $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq \frac{9}{x+y+z}$, pentru orice $x, y, z \in \mathbb{R}_+^*$;
- Fie $a, b, c > 0$. Demonstrați inegalitatea $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$.

Subiectul III

- Fie G centrul de greutate al triunghiului ABC . Atunci $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$, pentru orice punct $M \in P$;
- Fie triunghiul ABC , iar I centrul cercului înscris în triunghi și M mijlocul laturii (BC) . Dacă X este simetricul punctului I față de M , atunci arătați că $\overrightarrow{r_x} = \overrightarrow{r_B} + \overrightarrow{r_C} - \overrightarrow{r_I}$, unde $\overrightarrow{r_P}$ reprezintă vectorul de poziție al unui punct oarecare P din plan.
- Fie triunghiul ABC , iar I centrul cercului înscris în triunghi și G centrul său de greutate. Demonstrați că triunghiul cu vârfurile în simetricele punctului I față de mijloacele laturilor triunghiului ABC are centrul de greutate G dacă și numai dacă ABC este triunghi echilateral.

**Fiecare subiect are 30 puncte
Se acordă 10 puncte din oficiu
Timp de lucru 120 minute**

**Subiectele au fost selectate și propuse de:
Prof. Aron Roxana
Prof. Dicu Florentina**